**Лекция 4**

**ӨЗАРА ЖӘНЕ ШАРТТЫ ИНФОРМАЦИЯ**

Екі, одан да көп айнымалылар жиыны үшін информация (I) энтропиялардың (H) айырымымен анықталады. Себебі, энтропия анықталмағандықтың белгісі, ал олардың айырымы азайған шама болады. Анықталмағандық азайса, анықталғандық (тәртіп) көбейеді, демек өзара (взаимная) информация пайда болады:

$I\left(Y;X\right)=H\left(Y\right)-H\left(Y \right| X)$ (1)

Мұнда *X = {x1, x2, … xi, xN}* – алғашқы бақылаудың санақтары (дискретті мәндері), *Y* – кейінгі мағлұматтар, ауытқулар, қателіктер (шарт түрінде алуға болады). Жиыны (Y = {y1, …yi, …yN}).

Шартты (условная) энтропия *H(X|Y)* шартты ықтималдық *P(X|Y)* арқылы анықталады. Байес теоремасы бойынша

$P\left(Y, X\right)=P\left(X \right| Y) P(Y)$, (2)

Мұндағы $P\left(Y,X\right)$ – тұтас (совместная) ықтималдық. Энтропия ықтималдықтың логарифмімен анықталады (пропорционал), логарифмдердің айырымы бөлшектің логарифміне тең. (1) формуладан:

 $I\left(Y; X \right) \~ ln\frac{P(X)}{P\left(X \right| Y)} = ln\frac{P\left(X\right)\* P(Y)}{P(X, Y)}$ (3)

Егер *X,Y* байланыссыз болса (корреляция жоқ), онда ықтималдықтар көбейтіледі (P(X , Y) = P(X)\* P(Y)) , I(Y ; X)=0.

Корреляцияны дәл анықтау үшін шартты информацияны енгіземіз.

Шартты информация

$I\left(Y \right| X)$ =$\sum\_{α}^{} H (X\_{α})-H\left(Y \right| X)$ (4)

Мұндағы $X$ – шарт (қабылданған сигнал) , $Y$ – ауытқу (қателік).

α = 1.2. X1 = X , X2 = Y.

(4) формуланың (1) – ден айырмашылығы $H\left(Y\right)$ орнында

$\sum\_{α}^{}H\left(X\_{α}\right)=H\left(X\right) +H\left(Y\right) $тұр, бұл шама ансамбль энтропиясының максимум мәнін анықтайды. Себебі, кезедейсоқ айнымалылар жағдайында *P(X , Y)* = *P(X) \* P(Y) ,* ал *H* $\~ lnP \rightarrow lnP\left(X , Y\right)=lnP\left(X\right)+lnP\left(Y\right).$

1. , (4) формулалардың физикалық мәндерінің айырмасы көп. Мысалы:

*I(Y ; X) = I (X ; Y) ,* ал *I(Y | X) ≠ I(X | Y).*

Шартты информацияның корреляция болмаса да информация көрсететін себебі мынада. Тікелей байланыс (корреляция) болмаса

*P (X , Y) = P(X)\* P(Y).* Ал шартты ықтималдық

арқылы *P (X , Y)=P(Y | X)\*P(X) , Y, X* байланысатын көбейткіш тұр (Байес теоремасы арқылы).

Шартты информация белгілі корреляция формуласымен байқалмайтын байланысты ескереді. Корреляция ғалымның техниканың барлық саласында қолданады. Оның мағынасы – *X, Y* кездейсоқ айнымалылар жиынының заңдылығын анықтайды. Корреляция коэффициентінің *RX, Y* формуласы

$R\_{XY}= \frac{\sum\_{i=1}^{N}(X\_{i}-\left〈X\right〉)(Y\_{i}-\left〈Y\right〉)}{σ\_{X}\*σ\_{Y}}$ , (5)

$σ\_{X}=(\sum\_{i=1}^{N}(X\_{i}-\left〈X\right〉)^{2})^{1/2}$ , $σ\_{Y}=(\sum\_{i=1}^{N}(Y\_{i}-\left〈Y\right〉)^{2})^{1/2} $ (6)

 $\left〈X\right〉=\frac{1}{N}\sum\_{i=1}^{N}X\_{i} , \left〈Y\right〉=\sum\_{i=1}^{N}Y\_{i}$(7)

<X>, <Y> - айнымалылардың дискретті мәндерінің орта шамасы, $ σ\_{X} , σ\_{Y}$ - орташа квадраттық ауытқулар, $σ\_{X}^{2}, σ\_{Y}^{2}$ - дисперсиялар. *0 ≤ RXY ≤ 1*. Егер *RXY*  = 0 болса *X,Y* жиындар арасында тікелей байланыс жоқ, *RXY = 1* жағдайында *X,Y* байланысы анықталған, детерминдік.

(4) формула (5) формуламен байқалмайтын информациялық (шартты ықтималдық) байланысты табады. Ол үшін *P(X, Y)* (тұтас ықтималдық) фазалық суреттен – (*X, Y*) жазықтығынан анықталады және $\sum\_{i}^{}\sum\_{j}^{}P(x\_{i},y\_{j})=1 $ нормалайтын талап қойылады.

Қорытынды – шартты информация (*X, Y)* жиынныңэлементтері кездейсоқ болғанмен, олардың тұтас ықтималдылықтары шектелген (нормаланған) жағдайда анықталады.

Тест сұрақтары:

1. Өзұқсастық белгі-шарттардың қолданылуы:

A. техникалық басқару

B. финанстық басқару

C. динамикалық реттеу

D. техникалық реттеу

E. социалдық талдау

2. Өзара информацияның формуласы:

A. I (X ; Y) = H(X) – H(X | Y)

B. I (Y ; X) = H(X) + H(Y) – H(Y | X)

C. I (X; Y) = H(X) + H(X | Y)

D. I (Y ; X) = H(Y) – H(Y| X )

E. I (Y ; X) = H(Y) + H(Y | X)

3. Шартты информация формуласы:

A. I (Y | X) = $\sum\_{i}^{}H (X\_{i}) -H (Y , X)$

B. I (Y | X) = H(X) + H( Y) – H (Y | X)

C. I (X | Y) = $\sum\_{α}^{}H (X\_{α})-H \left(Y \right|X)$

D. I (X | Y) = $\sum\_{i}^{}H (X\_{i})$ – H (X | Y)

E. I (X | Y) = H (Y) + H(X) – H(X, Y)